

绝密 ★ 考试结束前

全国 2017 年 10 月高等教育自学考试
高等数学(工本)试题
课程代码:00023

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中,点 $(6, 2, 1)$ 关于 Oxy 坐标面的对称点的坐标是

A. $(-6, -2, -1)$	B. $(-6, -2, 1)$
C. $(6, 2, -1)$	D. $(6, -2, -1)$
2. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 1}} \frac{3x - y}{x + y}$

A. 等于 0	B. 等于 1
C. 等于 2	D. 不存在
3. 设积分区域 D 是由 $y = \sqrt{3 - x^2}$ 及 $y = 0$ 所围成,二重积分 $\iint_D f(x^2 + y^2) d\sigma$ 化为极坐标下的二次积分为

A. $\int_0^\pi d\theta \int_0^3 f(r^2) dr$	B. $\int_0^\pi d\theta \int_0^3 f(r^2) r dr$
C. $\int_0^\pi d\theta \int_0^{\sqrt{3}} f(r^2) r dr$	D. $\int_0^\pi d\theta \int_0^{\sqrt{3}} f(r^2) dr$

4. 以 $y = e^{\frac{1}{3}x}$ 为特解的微分方程是

A. $3y'' - y' = 0$

B. $3y'' + y' = 0$

C. $3y'' - 2y' - y = 0$

D. $9y'' + 6y' + y = 0$

5. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 4^n} x^n$ 的收敛域是

A. $[-4, 4]$

B. $(-4, 4)$

C. $[-4, 4)$

D. $(-4, 4]$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 5 空,每空 2 分,共 10 分。

6. 已知向量 $\alpha = \{2, 0, 3\}$, $\beta = \{1, -1, 5\}$, 则 $\alpha \times (2\beta) =$ _____.

7. 已知函数 $u = x^2 \sin y$, 则 $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} =$ _____.

8. 二次积分 $\int_0^2 dy \int_{-1}^1 x^2 y dx$ 的值为_____.

9. 微分方程 $y' = \ln x$ 的通解 $y =$ _____.

10. 无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5^n}$ 的和 $S =$ _____.

三、计算题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。

11. 求直线 $L: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ 与平面 $\pi: 2x + y + z - 6 = 0$ 的夹角 φ .

12. 已知函数 $u = f(x \ln \sqrt{y}, y \ln \sqrt{x})$, 其中 f 为可微函数, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial u}{\partial y}$.

13. 求曲线 $x = 2 + t, y = 3 + t^2, z = 1 + t^3$ 在对应于 $t = 1$ 的点处的切线方程.

14. 问在空间哪些点上, 函数 $u = x^3 - y^3 - z^3 - 3xyz$ 的梯度垂直于 y 轴.

15. 计算二重积分 $\iint_D (x + y^2) d\sigma$, 其中积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq 1$.

16. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} (x + y + z) dv$, 其中积分区域 $\Omega: |x| \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 2$.

17. 计算对弧长的曲线积分 $\int_C x^2 ds$, 其中 C 是曲线 $y = \sqrt{1 - x^2}$.

18. 计算对面积的曲面积分 $\iint_{\Sigma} (4 - x - z) dS$, 其中 Σ 是平面 $x + y + z - 2 = 0$ 在第一卦限中的部分.

19. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$ 的通解.

20. 求微分方程 $y'' + 4y' + 4y = 0$ 的通解.

21. 判断无穷级数 $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2^3} + \dots$ 是否收敛, 如果收敛, 是绝对收敛还是条件收敛?

22. 已知周期为 2π 的周期函数 $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & -\pi \leq x < 0 \\ 2, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

$S(x)$ 是 $f(x)$ 的傅里叶级数 $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ 的和函数, 求 $S(-2\pi)$.

四、综合题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

23. 证明圆柱面 $x^2 + y^2 = R^2$ 上任意点处的法线与 z 轴相交.

24. 验证 $ye^{xy} dx + xe^{xy} dy$ 在整个 Oxy 平面内是某个二元函数 $u(x, y)$ 的全微分, 并求这样一个 $u(x, y)$.

25. 将函数 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ 展开成 $(x-1)$ 的幂级数.